

形式逻辑公式大全

形式逻辑主要考察直言命题、模态命题、联言命题、选言命题、假言命题，现将这些命题相关的公式总结如下：

一、直言命题

（一）直言命题的对当关系

1. 矛盾关系：

- （1）“这个 S 是 P” 与 “这个 S 不是 P”
- （2）“所有 S 都是 P” 与 “有的 S 不是 P”
- （3）“有的 S 是 P” 与 “所有 S 都不是 P”

2. 反对关系：

“所有 S 都是 P” 与 “所有 S 都不是 P”，至少一假

3. 下反对关系：

“有的 S 是 P” 与 “有的 S 不是 P”，至少一真

4. 差等关系：所有 $\rightarrow$ 这个 $\rightarrow$ 有的

“所有 S 都是 P” 为真，则 “这个 S 是 P” 为真；
“所有 S 都是 P” 为真，则 “有的 S 是 P” 为真；
“这个 S 是 P” 为真，则 “有的 S 是 P” 为真。

（二）换质推理：

- （1）“所有 S 都是 P” = “所有 S 都不是-P”
- （2）“所有 S 都不是 P” = “所有 S 都是-P”
- （3）“有的 S 是 P” = “有的 S 不是-P”

(4) “有的 S 不是 P” = “有的 S 是¬P”

(三) 换位推理:

(1) “所有 S 都是 P” $\rightarrow$ “有的 P 是 S” (单向的, 反过来不可推理)

(2) “所有 S 都不是 P” = “所有 P 都不是 S”

(3) “有的 S 是 P” = “有的 P 是 S”

注意: “有的 S 不是 P” 不能直接换位成 “有的 P 不是 S”。

“有的 S 不是 P”, 先进行换质推理等价于 “有的 S 是¬P”, 将 “¬P” 作为一个整体看待, 再根据 (3) 换位成 “有的¬P 是 S”

(四) 直言转化成假言

(1) “所有 S 都是 P” 可写成: $S \rightarrow P$

(2) “所有 S 都不是 P” 可写成: $S \rightarrow \neg P$

(3) “有的 S 是 P” 可写成: 有的 $S \rightarrow P$

(4) “有的 S 不是 P” 可写成: 有的 $S \rightarrow \neg P$

注意: a. (1) 和 (2) “所有” 转换成假言命题后, 可以运用假言命题的递推、逆否等价等推理规则;

b. (3) (4) “有的” 转换成假言命题后, 不可以运用逆否等价原理, 即 “有的 $S \rightarrow P$ ” 结合 “¬P” 推不出 “S” 的情况; 运用递推规则时需注意, “有的” 只能放在最前面, 即 “有的 $A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$ ” 可以推出 “有的 $A \rightarrow C$ ”, 如果 “有的” 放在上述条件中 “B” 或 “C” 的前面, 就无法使用递推规则。

二、模态命题

模态命题之间的关系:

(1) 矛盾关系

“必然 p” 与 “可能¬p” 矛盾

“可能 p” 与 “必然¬p” 矛盾

(2) 反对关系

“必然 p”与“必然¬p”，至少一假

(3) 下反对关系

“可能 p”与“可能¬p”，至少一真

(4) 差等关系：必然 p → p → 可能 p

三、联言选言命题

(一) p 且 q 推理规则

- | | |
|--------------------------------|---------------------------|
| 1. p

q

_____ | 2. p 且 q

_____ |
| p 且 q | p |

(二) p 或 q 推理规则

- | | |
|-----------------------|-------------------------------------|
| 1. p

_____ | 2. p 或 q

¬p

_____ |
| p 或 q | q |

(三) 要么 p 要么 q 推理规则

- | | |
|--|---------------------------------------|
| 1. 要么 p 要么 q

¬p

_____ | 2. 要么 p 要么 q

p

_____ |
| q | ¬q |

(四) 德摩根律

$$\neg (p \text{ 且 } q) = \neg p \text{ 或 } \neg q$$

$$\neg (p \text{ 或 } q) = \neg p \text{ 且 } \neg q$$

四、假言命题

(一) 三个推理规则

$$1. \quad A \rightarrow B$$

$$A$$

$$B$$

$$2. \quad A \rightarrow B$$

$$\neg B$$

$$\neg A$$

$$3. \quad A \rightarrow B$$

$$B \rightarrow C$$

$$A \rightarrow C$$

(二) 逆否等价

$$(A \rightarrow B) = (\neg B \rightarrow \neg A)$$

(三) 假言命题的等价与矛盾

$$\text{等价: } "p \rightarrow q" = "\neg p \text{ 或 } q"$$

$$\text{矛盾: } "p \rightarrow q" \text{ 与 } "p \text{ 且 } \neg q" \text{ 矛盾}$$

(四) 二难推理

$$1. \quad p \rightarrow r$$

$$q \rightarrow r$$

$$p \text{ 或 } q$$

$$r$$

$$2. \quad p \rightarrow q$$

$$p \rightarrow r$$

$$\neg q \text{ 或 } \neg r$$

$$\neg p$$

$$3. \quad p \rightarrow q$$

$$\neg p \rightarrow q$$

$$q$$

$$4. \quad p \rightarrow q$$

$$p \rightarrow \neg q$$

$$\neg p$$

$$5. \quad p \rightarrow q$$

$$r \rightarrow s$$

$$p \text{ 或 } r$$

$$q \text{ 或 } s$$

$$6. \quad p \rightarrow q$$

$$r \rightarrow s$$

$$\neg q \text{ 或 } \neg s$$

$$\neg p \text{ 或 } \neg r$$